

Séquence 10 – Notion de fonction

Objectifs

1. Comprendre la notion de variable mathématique
2. Comprendre la notion de fonction, d'antécédent et d'image.
3. Comprendre la dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre
4. Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions.
5. Modéliser des phénomènes continus par une fonction
6. Manipuler des fonctions (par exemple la longueur d'un cercle ou l'aire d'un disque comme fonction du rayon, la loi d'Ohm exprimant la tension comme fonction de l'intensité, les courbes de croissance dans un carnet de santé, ...)

Activité 1 - Livre Hatier de 3^e : P. 265 Vrai ou Faux n° 1 à 10

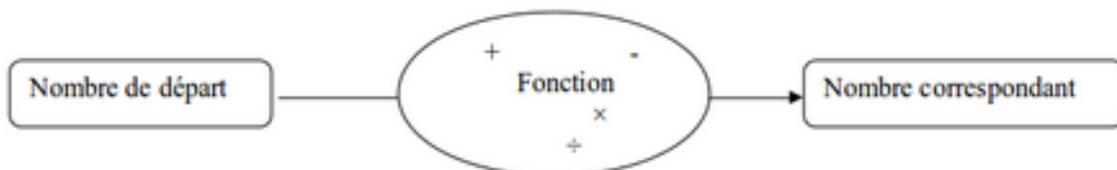
Activité 2 - Découverte sur la notion de fonction :

- A. DES MACHINES DANS UNE USINE
- B. DES MACHINES EN MATHEMATIQUES
- C. DES FONCTIONS MATHEMATIQUES

I. Le vocabulaire et les notations relatifs aux fonctions

Définition

On appelle fonction f un procédé mathématique constitué d'une suite d'opérations qui, à tout nombre, associe un autre nombre.



Exemple :

f est la fonction qui à un nombre fait correspondre son carré.

La fonction f fait correspondre au nombre 3 le nombre 9.

La fonction f fait correspondre au nombre -8 le nombre 64.

Notation et lecture

- La fonction f associe au nombre initial x le nombre correspondant noté $f(x)$.
- $f(x)$ se lit « f de x »

- On écrit : $f : x \mapsto f(x)$ se lit « f qui à x associe f(x) ».

Exemple :

Soit $f : x \mapsto x^2 - 2$. On lit « la fonction f, qui à x associe $x^2 - 2$ »

Activité 2 - Découverte sur la notion de fonction :

D. VOCABULAIRE

Vocabulaire

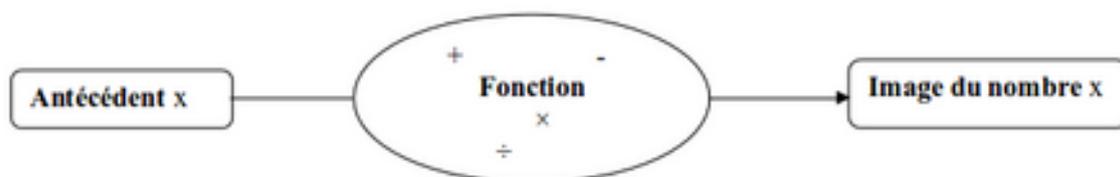
Le nombre correspondant au nombre de départ x est appelé image de x par la fonction f.

Le nombre initial est appelé antécédent du nombre correspondant par la fonction f.

Le nombre x peut prendre plusieurs valeurs, c'est une variable

Remarque :

$f(x)$ se lit aussi « image de x par la fonction f »



Exemple :

On a une fonction f telle que $f(2) = 6$ et $f(4) = 5$.

On dit que 6 est l'image de 2 par la fonction f.

On dit que 4 est un antécédent de 5 par la fonction f.

Vocabulaire - Feuille exercices n° 1

Vocabulaire - Feuille exercices n° 2

Vocabulaire - Feuille exercices n° 3

II. Comment définir une fonction ?

Une fonction peut être définie par :

1. Une formule
2. Un tableau de valeurs
3. Une courbe représentative

Exemple 1 :

Programme de calcul

1. Choisir un nombre

2. Prendre le quintuple de ce nombre

3. Retrancher 8 au résultat

$f: x \mapsto 5x-8$ est la fonction correspondant à ce programme de calcul.

Exemple 2 :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
h(x)	-3	-5	-4	-3	0	2	5

1. Quelle est l'image de 2 par la fonction h ?

L'image de 2 par la fonction h est 5.

2. Quels sont le ou les antécédents de -3 par la fonction h ?

Les antécédents de -3 par la fonction h sont -4 et -1.

3. Compléter :

$$h(-2) = -4 \quad ; \quad h(-4) = -3$$

Tableau de données - Feuille exercices n° 4

Tableau de données - Feuille exercices n° 5

III. Calculer avec les fonctions

A. Calculer l'image d'un nombre par une fonction.

Exemple :

Soit la fonction g définie par : $g: x \mapsto 3x^2 - 25$

On a : $g(x) = 3x^2 - 25$

Si $x = 4$, on a

$$g(4) = 3 \times 4^2 - 25$$

On remplace x par sa valeur.

$$g(4) = 3 \times 16 - 25 = 23$$

On effectue le calcul.

L'image de 4 par la fonction g est 23 Phrase de conclusion

B. Déterminer l'antécédent d'un nombre

Exemple :

Soit la fonction h définie par : $h : x \mapsto 4x$

L'antécédent de -20 par la fonction h est tel que :

$h(x) = -20$ On pose une équation

$4x = -20$ On la traduit par une expression littérale

$x = \frac{-20}{4} = -5$ On la résout.

L'antécédent de -20 par la fonction h est -5 . Phrase de conclusion

Formules - Feuille exercices n° 1

Formules - Feuille exercices n° 3

Formules - Feuille exercices n° 4

Formules - Feuille exercices n° 8

IV. Lire et utiliser une représentation graphique

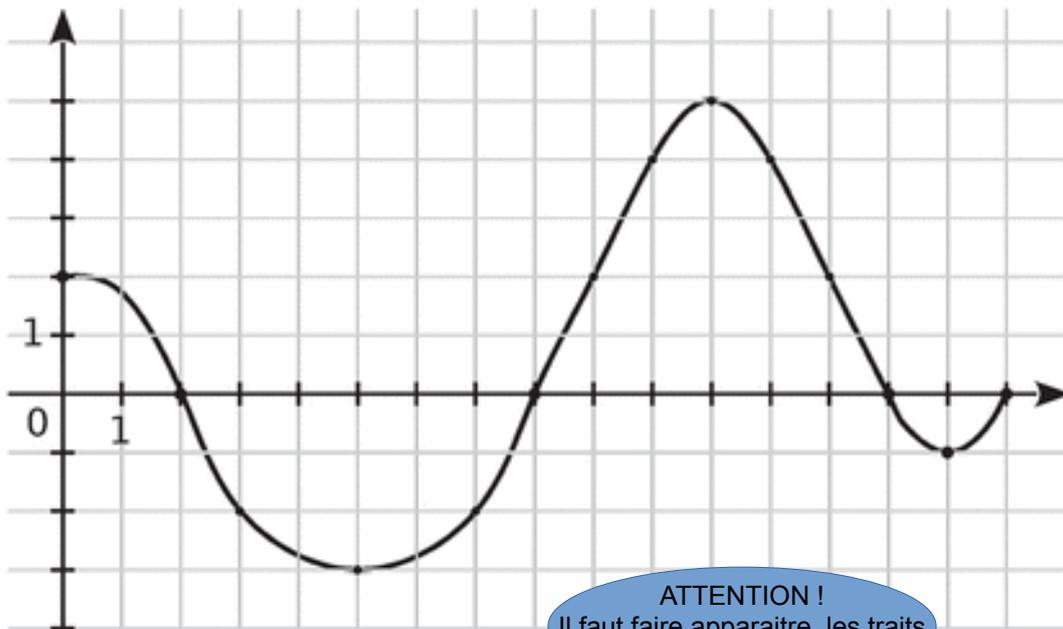
Dans un plan muni d'un repère ($O ; Ox ; Oy$),

la représentation graphique de la fonction $f : x \rightarrow f(x)$ est l'ensemble des points M de coordonnées $(x ; y) = (x ; f(x))$.

Les coordonnées de chaque point de la représentation graphique de la fonction f vérifient l'égalité : $y = f(x)$

Exemple :

Ce graphique représente une fonction k pour la variable x comprise entre 0 et 16 .



ATTENTION !
Il faut faire apparaître les traits de lecture en pointillés.

Par lecture graphique, on voit que :

⌋ L'image de 5 par la fonction k est

⌋ L'image de 8 par la fonction k est

- ⌊ Les antécédents de 2 par la fonction k sont
.....
- ⌊ Les nombres qui ont pour image - 2 par la fonction k sont
.....
- ⌊ Les antécédents de 0 par la fonction k sont
- ⌊ Les nombres entiers qui ont deux antécédents sont
.....
- ⌊ Les nombres entiers qui ont un seul antécédent sont
.....

Représentations graphiques - Feuille exercices n° 1

Représentations graphiques - Feuille exercices n° 2

Représentations graphiques - Feuille exercices n° 4

Représentations graphiques - Feuille exercices n° 5

Questions flash : _____

Objectif : Modéliser des phénomènes continus par une fonction

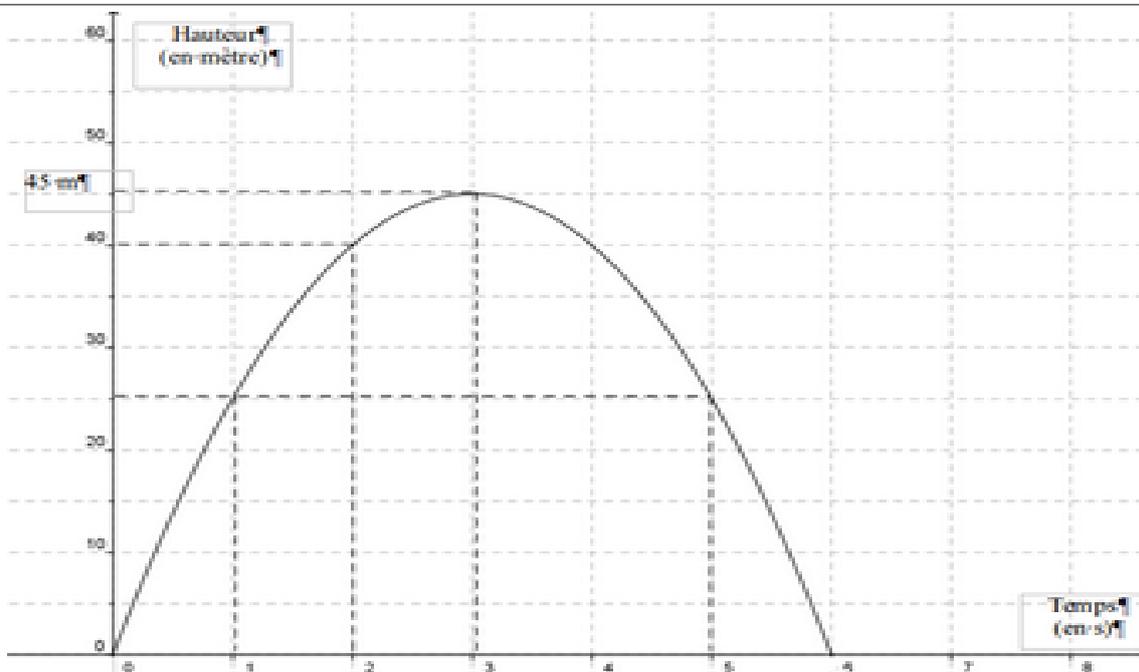
Modalités : Animation classe entière, puis cours, puis exercices d'application

Compétences travaillées : Reasonner

Animation : Trajectoire d'une balle

V. Modéliser des phénomènes continus par une fonction : Trajectoire d'une balle

A l'instant $t=0$, une machine lance, vers le ciel, une balle de tennis. La représentation graphique ci-dessous donne la hauteur de la balle en fonction de l'instant t avec t compris entre 0 et 6 s.



A. En utilisant la représentation graphique de la fonction h ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle est la hauteur de la balle à l'instant $t = 2$?
La hauteur de la balle à l'instant $t = 2$ est 40 m.
2. A quels instants la balle est à une hauteur de 25 m ?
La balle est à une hauteur de 25 m aux instants $t = 1$ s et $t = 5$ s.
3. A quel instant la balle a-t-elle atteint sa hauteur maximale ?
La balle a atteint sa hauteur maximale à l'instant $t = 3$ s.
4. Quelle est alors la hauteur maximale de la balle ?
La hauteur maximale de la balle est alors 45 m.

B. Par le calcul :

La fonction h qui à l'instant t fait correspondre la hauteur de la balle est définie par

$$h:t \mapsto -5t^2 + 30t$$

$$h(t) = -5t^2 + 30t$$

1. Quelle est la hauteur de la balle 2 s après le lancer ?

$$\begin{aligned}
 h(2) &= -5 \times 2^2 + 30 \times 2 \\
 &= -20 + 60 \\
 &= 40
 \end{aligned}$$

La hauteur de la balle 2 s après le lancer est de 40 m.

2. Quelle est la hauteur de la balle à $t = 3,5$ s ?

$$\begin{aligned}h(3,5) &= -5 \times 3,5^2 + 30 \times 3,5 \\ &= -61,25 + 105 \\ &= 43,75\end{aligned}$$

La hauteur de la balle à $t = 3,5$ s est 43,75 m.

3. Est-il exact qu'à $t = 1,5$ s, la balle est à une hauteur de 35 m ?

$$\begin{aligned}h(1,5) &= -5 \times 1,5^2 + 30 \times 1,5 \\ &= -11,25 + 45 \\ &= 33,75\end{aligned}$$

A 1,5 s, la balle n'est pas à 35 m mais à 33,75 m.

Modéliser des phénomènes - Feuille exercices n° 1

Modéliser des phénomènes - Vaccination

Modéliser des phénomènes - Feuille exercices n° 17

Modéliser des phénomènes - Feuille exercices n° 35