Séquence 10 – Notion de fonction

Objectifs

1. Comprendre la notion de variable mathématique
2. Comprendre la notion de fonction, d'antécédent et d'image.
3. Comprendre la dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre
4. Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions.
5. Modéliser des phénomènes continus par une fonction
6. Manipuler des fonctions (par exemple la longueur d'un cercle ou l'aire d'un disque comme fonction du rayon, la loi d'Ohm exprimant la tension comme fonction de l'intensité, les courbes de croissance dans un carnet de santé, ...)

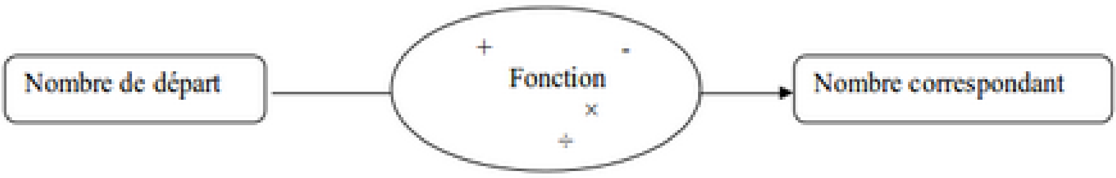
I. Le vocabulaire et les notations relatifs aux fonctions

Définition

On appelle fonction f ……………………………………………………………………………………………………

……

…………………



Exemple :

f est la fonction qui à un nombre fait correspondre son carré.

La fonction f fait correspondre au nombre 3 le nombre 9.

La fonction f fait correspondre au nombre -8 le nombre 64.

Notation et lecture

- La fonction f ………………………………………………………………………………………

  ……………………………………………………

- f(x)……………………………………………

- On écrit : f : $x \longmapsto f(x)$ se lit ……………………………………………………………

Exemple :

Soit $f : x \longmapsto x^2 - 2$. On lit « la fonction f, qui à x associe x² - 2 »

Vocabulaire

Le nombre ....

....

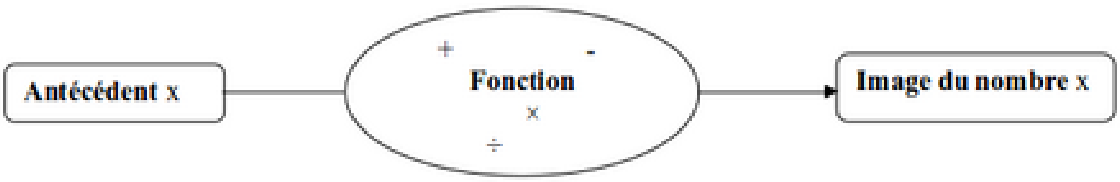
Le nombre initial ....

....

Le nombre x ....

Remarque :

f(x) se lit aussi « image de x par la fonction f »



Exemple :

On a une fonction f telle que f(2) = 6 et f(4) = 5.

On dit que 6 est l'image de 2 par la fonction f.

On dit que 4 est un antécédent de 5 par la fonction f.

II. Comment définir une fonction ?

Une fonction peut être définie par :

1. ....
2. ....
3. ....

Exemple 1 :

Programme de calcul

1. Choisir un nombre
2. Prendre le quintuple de ce nombre
3. Retrancher 8 au résultat

$f : x \longmapsto 5x - 8$ est la fonction correspondant à ce programme de calcul.

Exemple 2 :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
h(x)	-3	-5	-4	-3	0	2	5

1. Quelle est l'image de 2 par la fonction h ?

   ………………………………………………………………………………

2. Quels sont le ou les antécédents de – 3 par la fonction h ?

   ……

3. Compléter :

   ………………………………………………………………

III. Calculer avec les fonctions

A. Calculer l'image d'un nombre par une fonction.

Exemple :

Soit la fonction g définie par : $g : x \longmapsto 3x^2 - 25$

On a : $g(x) = 3x^2 - 25$

Si x = 4, on a

$g(4) = 3 \times 4^2 - 25$ On remplace x par sa valeur.

$g(4) = 3 \times 16 - 25 = 23$ On effectue le calcul.

L'image de 4 par la fonction g est 23 Phrase de conclusion

B. Déterminer l' antécédent d'un nombre

Exemple :

Soit la fonction h définie par : $h : x \longmapsto 4x$

L' antécédent de -20 par la fonction h est tel que :

$h(x) = -20$ On pose une équation

$4x = -20$ On la traduit par une expression littérale

$x = \frac{-20}{4} = -5$ On la résout.

L' antécédent de -20 par la fonction h est -5. Phrase de conclusion

IV. Lire et utiliser une représentation graphique

Dans un plan muni d'un repère (O ; Ox ; Oy),

la représentation graphique de la fonction $f : x \to f(x)$ ....

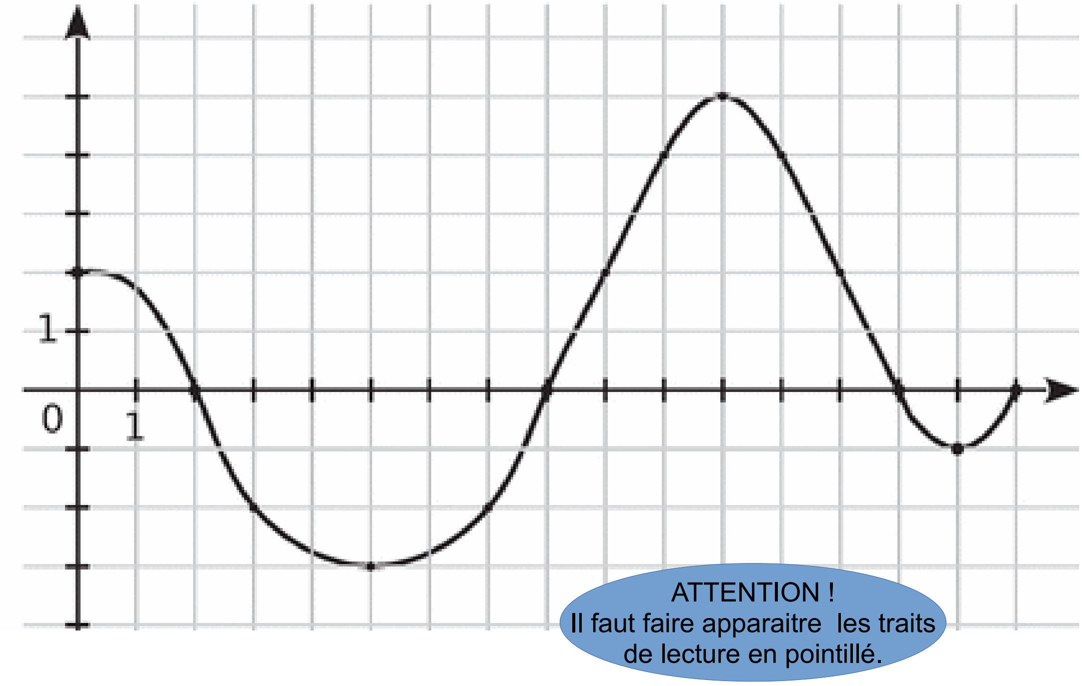
....

Les coordonnées de chaque point de la représentation graphique de la fonction f

....

Exemple :

Ce graphique représente une fonction k pour la variable x comprise entre 0 et 16.

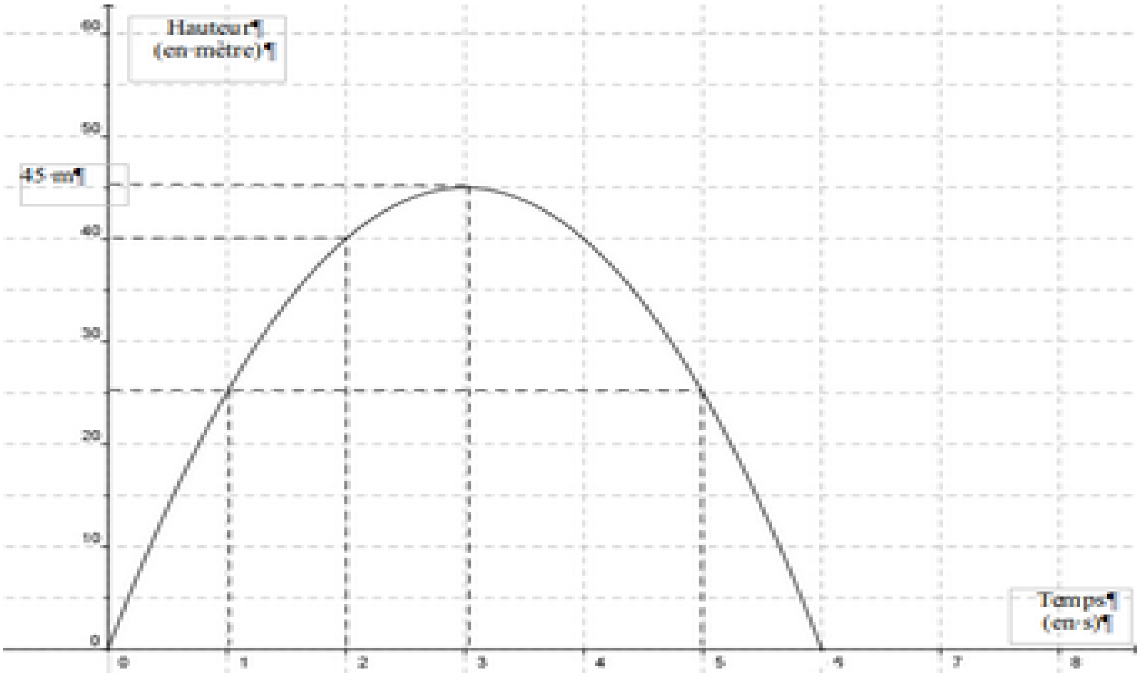


Par lecture graphique, on voit que :

- L'image de 5 par la fonction k est ....
- L'image de 8 par la fonction k est ....
- Les antécédents de 2 par la fonction k sont ....
- Les nombres qui ont pour image − 2 par la fonction k sont ....
- Les antécédents de 0 par la fonction k sont ....
- Les nombres entiers qui ont deux antécédents sont ....
- Les nombres entiers qui ont un seul antécédent sont ....

V. Modéliser des phénomènes continus par une fonction : Trajectoire d'une balle

A l'instant $t=0$, une machine lance, vers le ciel, une balle de tennis. La représentation graphique ci-dessous donne la hauteur de la balle en fonction de l'instant t avec t compris entre 0 et 6 s.



A. En utilisant la représentation graphique de la fonction h ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle est la hauteur de la balle à l'instant t = 2 ?

   ....

2. A quels instants la balle est à une hauteur de 25 m ?

   ....

   ....

3. A quel instant la balle a-t-elle atteint sa hauteur maximale ?

   ....

4. Quelle est alors la hauteur maximale de la balle ?

   ....

B. Par le calcul :

La fonction h qui à l'instant t fait correspondre la hauteur de la balle est définie par

$$h : t \longmapsto -5t^2+30t$$
$$h(t)=-5t^2+30t$$

1. Quelle est la hauteur de la balle 2 s après le lancer ?

   La hauteur de la balle 2 s après le lancer est de................

2. Quelle est la hauteur de la balle à t = 3,5 s ?

   La hauteur de la balle à t = 3,5 s est ....

3. Est-il exact qu'à t = 1,5 s, la balle est à une hauteur de 35 m ?

   A 1,5 s, la balle..